

Relações úteis entre algumas Distribuições*

1. Soma do quadrado de normais. Sejam X_1, \dots, X_n v.a. independentes tais que $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2), i = 1, \dots, n$, então

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \sim \chi_{(n)}^2$$

2. Multiplicando uma Gama por uma constante. Se $X \sim Gama(r, \lambda)$ então $\alpha X \sim Gama(r, \lambda/\alpha)$.
3. Transformação de uma Gama em uma Qui-quadrado. Do item anterior decorre que se $X \sim Gama(r, \lambda)$, então

$$2\lambda X \sim Gama\left(\frac{2r}{2}, \frac{1}{2}\right) \stackrel{d}{=} \chi_{(2r)}^2$$

4. Soma de Gamas. Sejam X_1, \dots, X_n v.a. independentes tais que $X_i \sim Gama(r_i, \lambda)$, então

$$X_1 + \dots + X_n \sim Gama\left(\sum_{i=1}^n r_i, \lambda\right)$$

5. Quociente de Gamas. Sejam $X \sim Gama(a, b)$ e $Y \sim Gama(c, b)$ independentes, então

$$\frac{X}{X+Y} \sim Beta(a, c)$$

6. Quociente de Qui-quadrados. Sejam X e Y v.a. independentes tais que $Y \sim \chi_{(m)}^2$ e $X \sim \chi_{(n)}^2$, então

$$Z = \frac{Y/m}{X/n} \sim F(m, n)$$

*adaptado e estendido a partir de MAE5702 - Inferência e Probabilidade, notas de aula.

7. Quociente de Normal por Qui-Quadrado (distribuição t). Sejam $Z \sim N(0, 1)$ e $X \sim \chi^2_{(n)}$, Z e X independentes, então

$$T = \frac{Z}{\sqrt{X/n}} \sim t_n$$

8. Quociente de F-Snedecors. Se X tem distribuição $F(m, n)$ então

$$Y = \frac{mX/n}{1 + mX/n} \sim \text{Beta}\left(\frac{m}{2}, \frac{n}{2}\right)$$