MAE126 - Noções de Estatística II

Turma Prof. Popov

24 de abril de 2006

Correção da Lista 4

1. Suponha que o faturamento diário de uma loja é uma v.a. com média 1750 R\$ e desvio-padrão 230 R\$. Calcule a probabilidade que, num período de 60 dias, o faturamento diário médio ultrapasse 1800 R\$.

   Sendo X a variável aleatória que representa o faturamento diário dessa loja, sabemos que $\mu_X = 1750R\$$ e $\sigma_X = 230R\$$. Queremos:

   $$P(\overline{X} > 1800)$$

   com $n = 60$. Assim:

   $$P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{1800-1750}{230/\sqrt{60}}\right) = P(Z > \frac{50}{29,69}) = P(Z > 1,684) = 4,6\%$$

2. Durante o Campeonato Paulista de 2006, um certo jogador marcou 18 gols nos 19 jogos, segue a seqüência de gols marcados por jogo: 0, 3, 0, 0, 2, 0, 2, 0, 0, 4, 2, 2, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0. Supondo que ele manterá o mesmo desempenho durante o Campeonato Brasileiro de 2006, calcule a probabilidade aproximada de que ele marque pelo menos 33 gols nos 38 jogos.

   Temos que a média de gols nos 19 jogos foi de $\mu = 18/19 = 0,947$ gols por jogo. A variância, pode ser obtida através da fórmula:

   $$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i-\mu)^2}{19} = 1,418$$

   Supondo normalidade, temos que o número de gols por jogo desse jogador é dado por uma variável aleatória normal X, com parâmetros $\mu = 0,947$ e $\sigma^2 = 1,418$.

   Queremos saber a probabilidade de que $\overline{X}$ seja maior ou igual a $33/38 =$ 0,868:

   $$\begin{aligned} P(\overline{X} \geq 0,868) &= P\left(\frac{\overline{X}-0,947}{\sqrt{1,418}/\sqrt{38}} \geq \frac{0,868-0,947}{\sqrt{1,418}/\sqrt{38}}\right) \\ &= P(Z \geq -0,409) = 65,87\%. \end{aligned}$$

3. Lançamos um dado sucessivamente, até que a soma dos resultados ultrapasse 150. Qual é a probabilidade aproximada que precisaremos de pelo menos 47 lançamentos?

   Seja X_i o valor obtido no iésimo lançamento do dado. Para que precisemos de *pelo menos* 47 lançamentos, basta garantirmos que até o 46o. lançamento a soma das faces seja inferior a 150:

$$
\begin{aligned}
P\left(\sum_{i=1}^{46} X_i \leq 150\right) &= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{46} X_i}{46} \leq \frac{150}{46}\right) \\
&= P(\overline{X} < 150/46) = P\left(Z \leq \frac{150/46 - 3.5}{1.71/\sqrt{46}}\right) \\
&= P(Z \leq -0,948) = 17,2\%
\end{aligned}
$$

   Onde para fazer a normalização, devemos notar que a média de cada X_i é 3,5 e o seu desvio-padrão 1,71. Esses dois valores podem ser calculados a partir da tabela de distribuição de valores para as faces de um dado honesto com 6 faces numeradas.

4. Deseja-se estimar a intenção de voto p em um certo político A.

   (a) Qual deve ser o tamanho da amostra se desejamos estimar p com erro máximo $\epsilon = 0,01$ e com o coeficiente de confiança $\gamma = 0,94$?

   Consideremos a fórmula dada em Morettin e Bussab (2002), página 281, para achar o tamanho amostral n dado um coeficiente de confiança γ, erro máximo ϵ e p estimado p:

$$n = \frac{z_\gamma^2 p(1-p)}{\epsilon^2}$$

   Como não temos uma estimativa de p aqui, vamos utilizar o máximo do produto $p(1-p)$, 1/4:

$$n = \frac{z_\gamma^2}{4\epsilon^2}$$

   Notando que $z_{0,94} = 1,885$ e $\epsilon = 0,01$, temos:

$$n = \frac{1,885^2}{4 \times 0,01^2} = 8884.$$

   (b) Se tivermos a informação adicional que $p \leq 0,3$, seria possível reduzir o tamanho da amostra? E se a informação adicional é que $p \geq 0,4$?

   Sim. Se soubermos que $p \leq 0,3$ podemos utilizar a fórmula dada no item a), em que consideramos uma estimativa de p. O tamanho amostral necessário seria maior, pois não mais estariamos usando a estimativa máxima da variância.

   Caso tenhamos que $p \geq 0,4$ não podemos fazer nada, pois p pode inclusive ser 0.5, tornando a estimativa da variância máxima a mais apropriada. O tamanho amostral seria mantido.

(c) Em uma amostra de 400 pessoas, 92 declararam que votariam em A. Construa o intervalo de confiança para o parâmetro p usando o coeficiente de confiança $\gamma = 0,96$.

Basta utilizar a fórmula para intervalo de confiança:

$$IC(p, \gamma) = \hat{p} \pm z_\gamma \sqrt{\hat{p}\hat{q}/n}$$

Substituindo os valores que temos:

$$IC(p, 96\%) = \frac{92}{400} \pm 2,055 \sqrt{\frac{92}{400}\frac{308}{400} \times \frac{1}{400}} = 0,23 \pm 0,043 = [18,7\%; 27,3\%].$$